

Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Донецкий государственный университет»

Факультет математики и информационных технологий
Кафедра теории упругости и вычислительной математики
имени академика А.С. Космодамианского

УТВЕРЖДАЮ
проректор



П.А. Машаров

« 29 » марта 2024 г.

МП



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И МЕТОДЫ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ

Укрупненная группа направлений
подготовки

01.00.00 Математика и механика

Программа высшего образования
Направление подготовки

Программа бакалавриата
01.03.02 Прикладная математика и
информатика

Профиль подготовки
Квалификация
Форма обучения

Прикладная математика и информатика
Бакалавр
Очная

Рабочая программа адаптирована для лиц
с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

Донецк 2024

Рабочая программа дисциплины «**Математические модели и методы теории упругости**» для обучающихся по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика (Профиль: Прикладная математика и информатика), составлена на основании Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10 января 2018 г. № 9 (с изм. и доп.), Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, утвержденного приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 06 апреля 2021 г. № 245 (с изм. и доп.), в соответствии с учебным планом, утвержденным Ученым советом ФГБОУ ВО «ДонГУ» для набора 2024 года.

Разработчик:
профессор кафедры теории упругости
и вычислительной математики
им. акад. А.С.Космодамианского
доктор физ.-мат. наук, профессор



С.А. Калоеров

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры теории упругости и вычислительной математики им. акад. А.С. Космодамианского.
Протокол от 26.03.2024 г. № 10

Врио заведующего кафедрой



Р.Н. Нескородев

СОГЛАСОВАНО:

Декан факультета математики и информационных технологий
28.03.2024 г.



И.А. Моисеенко

Учебно-методическая комиссия факультета математики и информационных технологий.
Протокол от 27.03.2024 г. № 3.
Председатель



Л. И. Селякова

Руководитель основной профессиональной образовательной программы,
д-р физ.-мат. наук, доцент
26.03.2024 г.



Р.Н. Нескородев

1. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

1.1. Требования к предварительной подготовке обучающихся, предшествующие и сопутствующие дисциплины, на которых основывается изучение данной дисциплины программы бакалавриата:

Математический анализ, Дифференциальные уравнения, Уравнения математической физики, Комплексный анализ, Численные методы.

1.2. Дисциплины, курсовые работы и практики, для которых освоение данной дисциплины необходимо как предшествующее:

Математические модели деформирования сред с усложненными свойствами.

2. ОПИСАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

2.1. Общая характеристика

Наименование показателя	Значение показателя
Название образовательной программы	01.03.02 Прикладная математика и информатика (Профиль: Прикладная математика и информатика)
Шифр и название в соответствии с учебным планом	Б1.В.ОД.10 Математические модели и методы теории упругости
Часть образовательной программы	Вариативная часть: выбор вуза
Количество зачетных единиц / всего часов	4 / 144

2.2. Распределение часов по формам и периодам обучения

Форма обучения	курс	семестр	Общее количество часов					Форма контроля
			лекционных	лабораторных	практических	самостоятельной работы + контроль	всего	
Очная	3	6	51	34	-	59	144	экзамен

3. ЦЕЛИ ДИСЦИПЛИНЫ

Изучение основ классической математической теории упругости, подходов абстрагирования при изучении реальных процессов, моделей деформируемой среды, методов составления и решения краевых задач при использовании различных моделей, методов численной реализации решений на современных вычислительных средствах.

4. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ КОМПОНЕНТА ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ, ИХ ИНДИКАТОРЫ И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

4.1. Компетенции

ПК-7. Способен проводить исследования и получать научные и прикладные результаты самостоятельно и в составе научного коллектива.

4.2. Индикаторы компетенций

ПК-7.1. Применяет математические модели и методы теории упругости для решения задач научно-исследовательской и профессиональной деятельности.

4.3. Результаты обучения

ПК-7.1.1. Знает определения и утверждения, математические модели и методы теории упругости для решения задач научно-исследовательской и профессиональной деятельности.

ПК-7.1.2. Умеет выбирать и использовать математические модели и методы теории упругости для решения задач научно-исследовательской и профессиональной деятельности.

ПК-7.1.3. Аргументированно выбирает математические модели и методы теории упругости для решения задач научно-исследовательской и профессиональной деятельности.

5. ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Название темы	Краткое содержание темы (вопросы темы)
Раздел 1. Основные соотношения и краевые задачи классической теории упругости	
1. Ведение в теорию упругости	1.1. Законы движения и равновесия материальных тел. 1.2. Деформирование, упругость. 1.3. Теория упругости, этапы ее развития. 1.4. Математические методы теории упругости, их применение и направления развития.
2. Теория напряжений	2.1. Понятие напряжения, тензора напряжения. 2.2. Соотношения Коши. 2.3. Дифференциальные уравнения равновесия упругого тела, уравнения движения. 2.4. Нормальные и касательные напряжения. 2.5. Поверхности нормальных напряжений Коши, главные нормальные напряжения, инварианты тензора напряжений. 2.6. Наибольшие касательные напряжения.
3. Теория деформаций	3.1. Деформация по данному направлению, геометрический смысл различных деформаций. 3.2. Малые деформации, тензор деформаций, поверхности деформаций Коши. 3.3. Главные деформации, инварианты тензора деформаций и их геометрическая интерпретация. 3.4. Определение перемещений по малым деформациям. 3.5. Условия совместности Сен-Венана.
4. Уравнения закона Гука	4.1. Уравнения обобщенного закона Гука. 4.2. Уравнения закона Гука для частных случаев анизотропии. 4.3. Уравнения закона Гука для изотропного тела
5. Основные задачи теории упругости	5.1. Уравнения в перемещениях Навье-Ламе. 5.2. Уравнения в напряжениях Бельтрами-Митчела. 5.3. Основные задачи теории упругости.
6. Теоремы теории упругости	6.1. Упругий потенциал. 6.2. Вариационные принципы теории упругости. Теоремы Клайперона, теорема о единственности упругого решения. Бетти. Принцип Кастильяно. Вариационные методы решения задач теории упругости. Принцип Сен-Венана.
Раздел 2. Плоская задачи теории упругости и ее	

решение с помощью комплексных потенциалов	
7. Плоская задача теории упругости	7.1 Плоская задача теории упругости изотропного тела; функция напряжений и краевые условия для ее определения. 7.2. Решение частных задач
8. Приложение теории функций комплексного переменного к решению плоской задачи	Приложение теории функций комплексного переменного к решению плоской задачи; комплексные потенциалы теории упругости; выражения напряжений и перемещений через них, граничные условия их определения, общий вид комплексных потенциалов для многосвязной области
9. Решения частных задач для пластинки с круговыми контурами	Замкнутые решения плоских задач; решение задач Кирша, Ламе, для пластинки с круговым упругим ядром; для пластинки с 2 круговыми отверстиями методами рядов, коллокаций и обобщенным методом наименьших квадратов
10. Использование интегралов типа Коши при решении задач	10.1 Интегралы типа Коши и их вычисление. 10.2 Замкнутое решение задачи для пластинки с эллиптическим отверстием.
11. Решение задач для многосвязных областей обобщенным методом наименьших квадратов	11.1. Решение задачи для пластинки с произвольным набором эллиптических отверстий обобщенным методом наименьших квадратов.

6. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Форма обучения – очная, курс – 3, семестр – 6

Наименования разделов и тем	Количество часов				
	Лек.	Лаб.	Прак.	СРС +К	Всего
Раздел 1. Основные соотношения и краевые задачи классической теории упругости	22	10	-	24	56
1. Введение в теорию упругости	2		-		2
2. Теория напряжений	6	4	-	6	16
3. Теория деформаций	4	2	-	4	10
4. Уравнения закона Гука	4	4	-	6	14
5. Основные задачи теории упругости	4		-	4	8
6. Теоремы теории упругости	2		-	4	6
Раздел 2. Плоская задачи теории упругости и ее решение с помощью комплексных потенциалов	29	24	-	35	88
7. Плоская задача теории упругости. ее решение с помощью функции Эри	3	2	-	5	10
8. Приложение теории функций комплексного переменного к решению плоской задачи	6	4	-	6	16
9. Решения частных задач для пластинки с круговыми контурами	7	6	-	9	22
10. Использование интегралов типа Коши при решении задач	7	6	-	9	22

11. Решение задач для многосвязных областей обобщенным методом наименьших квадратов	6	6	-	6	18
ИТОГО ПО КОМПОНЕНТУ ОПОП	51	34	-	59	144

7. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ (СРЕДСТВА) ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

7.1. Контрольные вопросы

Раздел 1. Основные соотношения и краевые задачи классической теории упругости

1. Уравнения равновесия и уравнения закона Гука в случае плоской задачи теории упругости анизотропного тела.
2. Как получается дифференциальное уравнение для функции Эйри и какой вид они имеет.

Раздел 2. Плоская задачи теории упругости и ее решение с помощью комплексных потенциалов

3. Как вводятся комплексные потенциалы плоской задачи теории упругости анизотропного тела.
4. Приведите формулы для нахождения напряжений и перемещений через комплексные потенциалы.
5. Приведите граничные условия для определения комплексных потенциалов в случае первой и второй основных задач.
6. Какой вид имеют комплексные потенциалы в самом общем случае.
7. Каков общий вид комплексных потенциалов в случае пластинки с эллиптическими отверстиями.
8. Как решается задача для пластинки с отверстиями при использовании обобщенного метода наименьших квадратов.

Теоретические вопросы к экзамену

1. Понятие напряжения, тензора напряжения.
2. Соотношения Коши для напряжений.
3. Дифференциальные уравнения равновесия упругого тела.
4. Нормальные напряжения, их выражения через основные напряжения.
5. Поверхности нормальных напряжений Коши
6. Главные нормальные напряжения, инварианты тензора напряжений.
7. Деформация по данному направлению.
8. Малые деформации, тензор деформаций.
9. Главные деформации, инварианты тензора деформаций и их геометрическая интерпретация.
10. Условия совместности Сен-Венана
11. Уравнения обобщенного закона Гука.
12. Уравнения закона Гука для частных случаев анизотропии.
13. Уравнения закона Гука для изотропного тела
14. Уравнения в перемещениях Навье-Ламе
15. Уравнения в напряжениях Бельтрами-Митчела.
16. Основные задачи теории упругости.
17. Упругий потенциал, различные его формы.
18. Теоремы Клайперона
19. Теорема о единственности упругого решения.
20. Теорема Бетти.
21. Принцип Кастильяно. Вариационные методы решения задач теории упругости.
22. Принцип Сен-Венана

23. Плоская деформация и обобщенное плоское напряженное состояние.
24. Функция напряжений, дифференциальное уравнение и граничные условия ее нахождения.
25. Комплексные потенциалы плоской задачи теории упругости изотропного тела.
26. Выражения для напряжений и перемещений. Граничные условия.
27. Выражения для главного вектора и главного момента внутренних усилий по дуге внутри тела.
28. Общий вид комплексных потенциалов для конечной и бесконечной многосвязной области
29. Метод рядов и его приложение к решению задачи Кирша и Ламе.
30. Схема решения задачи методом рядов задач для пластинки с двумя круговыми отверстиями
31. Схема решения задачи методом рядов задач для пластинки с периодической системой круговых отверстий
32. Схема решения задачи методом рядов задач для пластинки с двоякопериодической системой круговых отверстий.
33. Метод интегралов типа Коши в теории упругости. Решение методом интегралов типа Коши задачи для пластинки с эллиптическим отверстием
34. Решение задач методом коллокаций
35. Решение задач дискретным методом наименьших квадратов
36. Решение задач обобщенным методом наименьших квадратов

7.2. Темы письменных работ (типы задач)

Контрольные работы по практике:

- Решение задачи Кирша;
- Решение задачи для пластинки с 2 круговыми отверстиями методом рядов.

Контрольная работа по проверке теоретических знаний – по всем темам, с использованием указанных выше контрольных вопросов.

7.3. Темы докладов (рефератов)

1. Общие представления комплексных потенциалов для бесконечной многосвязной изотропной пластинки с отверстиями.
2. Определение комплексных потенциалов обобщенным методом наименьших квадратов.
3. Решение методом интегралов типа Коши задачи для бесконечной пластинки с круговым отверстием под действием сосредоточенной силы.

Организация самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа имеет особенное значение для креативного (творческого) усвоения основных понятий и категорий основы научной работы обучающихся. Самостоятельная работа обучающегося является важной формой учебного процесса, которая позволяет приобрести, а также закрепить новые знания, навыки и умения, сформировать личные убеждения, использовать полученные знания и умения в практической деятельности. Она осуществляется на протяжении всего процесса обучения и имеет следующие стадии:

1. Первичное ознакомление с теоретическим материалом и составление конспекта;
2. Изучение и усвоение теоретического материала;
3. Самостоятельная проработка литературных источников и обобщение изученного материала;

4. Подготовка к практическим (лабораторным) занятиям;
5. Выполнение практических заданий;
6. Индивидуальная работа по заданию преподавателя.

Контрольными формами самостоятельной работы по дисциплине могут быть следующие: работа с литературными первоисточниками по темам дисциплины; выполнение практических заданий, подготовка докладов, тезисов, научных статей.

7.4. Образец содержания экзаменационного билета

Экзаменационный билет № 1

1. Вывод системы дифференциальных уравнений равновесия упругого тела
2. Решение задачи Коши о распределении напряжений в бесконечной пластинке с круговым отверстием

8. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ БАЛЛОВ, КОТОРЫЕ ПОЛУЧАЮТ ОБУЧАЮЩИЕСЯ

Общая оценка знаний обучающихся по дисциплине проводится по 100-балльной шкале исходя из максимума, приведенного в таблице ниже. Организационно-учебная работа в аудитории оценивается на основе таких критериев как посещаемость занятий, своевременное и качественное выполнение домашних заданий, активность во время проведения лекционных и лабораторных занятий (участие в обсуждении текущего и пройденного материала, решение задач и т.п.).

Номера разделов	Виды работ	Максимальное количество баллов
1-2	Организационно-учебная работа студента в аудитории	5
	Самостоятельная работа и лабораторные работы	55
	Модульная контрольная работа	40
ИТОГО		100
Экзамен		80 и 20% от успехов в семестре
Общий итог за семестр		100

Соответствие баллов оценке

Количество баллов из 100	ECTS	Оценка по пятибалльной шкале
		Экзамен
90-100	A	отлично
80-89	B	хорошо
75-79	C	
70-74	D	удовлетворительно
60-69	E	
35-59	FX	неудовлетворительно
0-34	F	

Если суммарное количество полученных студентом в течение семестра баллов достаточно для положительной оценки и, если эта оценка его устраивает, то он освобождается от экзамена с сохранением ему этих баллов. В остальных случаях студенту сохраняется 20% этих баллов, а остальные баллы он получает на экзамене, где он может получить до 80 баллов.

9. ОБЕСПЕЧЕНИЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ДЛЯ ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ И ИНВАЛИДОВ

В ходе реализации дисциплины используются следующие дополнительные методы обучения, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в зависимости от их индивидуальных особенностей:

- 1) для слепых и слабовидящих:
 - лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением;
 - для выполнения задания при необходимости предоставляется увеличивающее устройство; возможно также использование собственных увеличивающих устройств;
 - письменные задания оформляются увеличенным шрифтом.
- 2) для глухих и слабослышащих:
 - лекции оформляются в виде электронного документа;
 - письменные задания выполняются на компьютере в письменной форме;
 - экзамен проводится в письменной форме на компьютере; возможно проведение в форме тестирования.
- 3) для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
 - лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением;
 - письменные задания выполняются на компьютере;
 - экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

При необходимости предусматривается увеличение времени для подготовки ответа.

Процедура проведения промежуточной аттестации для обучающихся устанавливается с учётом их индивидуальных психофизических особенностей. Промежуточная аттестация может проводиться в несколько этапов.

Проведение процедуры оценивания результатов обучения допускается с использованием дистанционных образовательных технологий.

Обеспечивается доступ к информационным и библиографическим ресурсам в сети Интернет для каждого обучающегося в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

- 1) для слепых и слабовидящих:
 - в печатной форме увеличенным шрифтом;
 - в форме электронного документа;
- 2) для глухих и слабослышащих:
 - в печатной форме;
 - в форме электронного документа.
- 3) для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
 - в печатной форме;
 - в форме электронного документа.

10. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

Учебные занятия проводятся в главном корпусе ДонГУ (83001, г. Донецк, пр. Гурова, 6). Для проведения лекционных и лабораторных занятий требуется аудитория, оборудованная меловой или маркерной доской, мультимедийный проектор и экран, ноутбук, комплект учебной мебели для студентов, рабочее место преподавателя. Выход в Интернет проводной или с использованием Wi-Fi.

Для самостоятельной работы используются текстовые и электронные ресурсы Научной библиотеки университета и других электронных библиотечных баз данных, учебно-методическое обеспечение, представленное в учебно-методических кабинетах главного корпуса (ауд. 604), материально-техническую базу учебной лаборатории «Сетевых компьютерных технологий» (ауд. 606) и учебной лаборатории «Интегрированных сред программирования» (ауд. 610) кафедры теории упругости и вычислительной математики имени академика А.С. Космодамианского.

11. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

11.1. Основная литература

1. Калоеров С.А. Математическая теория упругости и некоторые ее задачи.– Донецк: ДонГУ, 2024.– 210 с.
2. Демидов С.П. Теория упругости.– М.: Высшая шк., 1979.– 432 с.
3. Лейбензон Л. С. Собрание трудов. Т. 1 : Теория упругости / Л. С. Лейбензон ; АН СССР. – М.: Изд-во АН СССР, 1951.– 468 с.
4. Лехницкий С. Г. Теория упругости анизотропного тела / С. Г. Лехницкий. – 2-е изд. – М. : Наука, 1977.– 416 с.
5. Мусхелишвили Н. И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. / Н. И. Мусхелишвили. – 5-е изд. - Москва : Наука, 1966.– 708 с. Изд. 4-е. 1954.– 647 с. Изд 3-е, 1949.– 635 с.
6. Новацкий В. Теория упругости / В. Новацкий ; пер. с пол. Б. Е. Победри. – М. : Мир, 1975.– 872 с.
7. Тимошенко С. П. Курс теория упругости / С. П. Тимошенко; под ред. Э.И. Григолюка.– К. : Наук. думка, 1972.– 507 с.

11.2. Дополнительная литература

8. Безухов Н.И. Основы теории упругости, пластичности и ползучести. – М.: Высш. шк., 1968.– 512 с.
9. Калоеров С. А. Концентрация напряжений в многосвязных изотропных пластинках / С. А. Калоеров, Е. В. Авдюшина, А. Б. Мироненко; Донецкий нац. ун-т.– Донецк : ДонНУ, 2013.– 438 с.
10. Космодамианский А. С. Плоская задача теории упругости для пластин с отверстиями, вырезами и выступами: [Учеб. пособие для ун-тов и втузов] / А. С. Космодамианский. – К.: Вища шк., 1975.– 227 с.
11. Лехницкий С.Г. Анизотропные пластинки.– М.: Гостехиздат, 1957.- 463 с.

12. ИНФОРМАЦИОННЫЕ РЕСУРСЫ

1. Самуль В.И. Основы теории упругости и пластичности. – Изд. 2 перераб. – М. Высшая школа, 1982.– 264 с. – URL: <https://dwg.ru/dnl/7463> (дата обращения: 11.01.2024). – Режим доступа: свободный. – Текст : электронный.
2. Курс по физике. – URL: http://www.ph4s.ru/book_uprugost.html (дата обращения: 11.01.2024). – Режим доступа: свободный. – Текст : электронный.
3. Литература по механике деформируемого твердого тела. – URL: <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mechanics/solid.htm> (дата обращения: 11.01.2024). – Режим доступа: свободный. – Текст : электронный.
4. Научная электронная библиотека elibrary.ru : информ.-аналит. портал / ООО Научная электронная библиотека. – Москва : ООО Науч. электрон. б-ка, сор. 2000–2022. – URL: <https://elibrary.ru> (дата обращения: 01.01.2023). – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей. – Текст : электронный.

5. Электронный каталог Научной библиотеки Донецкого государственного университета. – Донецк : НБ ДонГУ, 1999– . – URL: <http://catalog.donnu.education> (дата обращения: 01.01.2023). – Текст : электронный;

6. Техническая библиотека URL: <http://techlibrary.ru/> (дата обращения: 31.03.2023). – Режим доступа: свободный. – Текст : электронный;

7. Научные журналы ФГБОУ ВО «ДонГУ» URL: <http://donnu.ru/science/journals> (дата обращения: 31.03.2023). – Режим доступа: свободный. – Текст : электронный.

13. ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

1. Windows 7 PRO (корпоративная лицензия ДОННУ № 46484614);
2. Microsoft Office (корпоративная лицензия ДОННУ лицензия № 46472919);
3. Microsoft Visual Studio (лицензия программы DreamSpark для высших учебных заведений);
4. Антивирус Касперского, Adobe Acrobat Reader, xPDF (лицензии GPL, Apache, BSD для свободного программного обеспечения).